МГУ - СТАРТ

Дополнительное вступительное испытание (ДВИ-2025)

по математике в МГУ имени М.В. Ломоносова

1 поток, 11.07.2025

ВАРИАНТ 251

1. Известно, что $x : y = 9 : 7$. Найдите $\dfrac{x+y}{x-y}$.

2. Дана последовательность $a_1, a_2, a_3, \ldots$ действительных чисел, удовлетворяющих при каждом натуральном n равенству

$$a_{n+1} = \frac{5 - a_n}{4}.$$

Пусть S_n обозначает сумму первых n членов этой последовательности: $S_n = a_1 + \ldots + a_n$. Найдите наименьшее значение n, при котором выполняется неравенство

$$|S_n - n - 8| < \frac{1}{1000},$$

если известно, что $a_1 = 11$.

3. Решите неравенство

$$1 + \sqrt{\log_9(3x^2 + 8x + 6)} > \log_3(3x^2 + 8x + 6).$$

4. Решите уравнение $\sin 2x + 3\cos x = \sqrt{3}(1 + \cos 2x + \sin x)$.

5. В треугольнике ABC проведена медиана AD. Известно, что $AD : BC = \sqrt{3} : 2$ и что $\angle BAC = 45°$. Найдите угол $\angle BMC$, где M — точка пересечения медиан.

6. Положительные действительные числа a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 удовлетворяют равенству

$$a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3 = 3.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\frac{a_1^2}{a_1 + b_1} + \frac{a_2^2}{a_2 + b_2} + \frac{a_3^2}{a_3 + b_3}.$$

7. Дан тетраэдр $ABCD$. Рёбра AC и BD перпендикулярны прямой, проходящей через их середины. Найдите все возможные значения $AB + BC$, если известно, что $AD + DC = 1$.